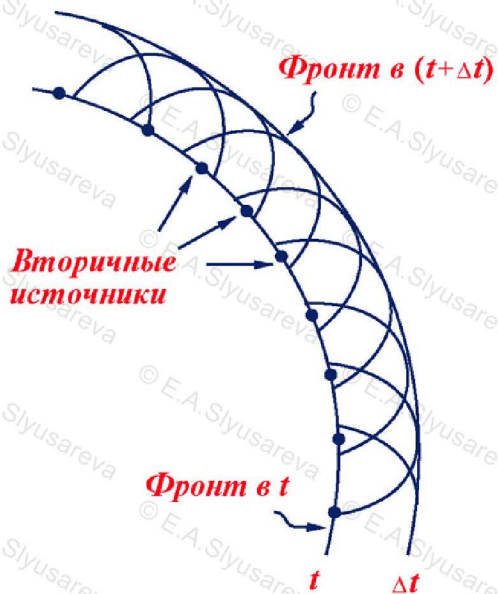


Лекция 8. Дифракция

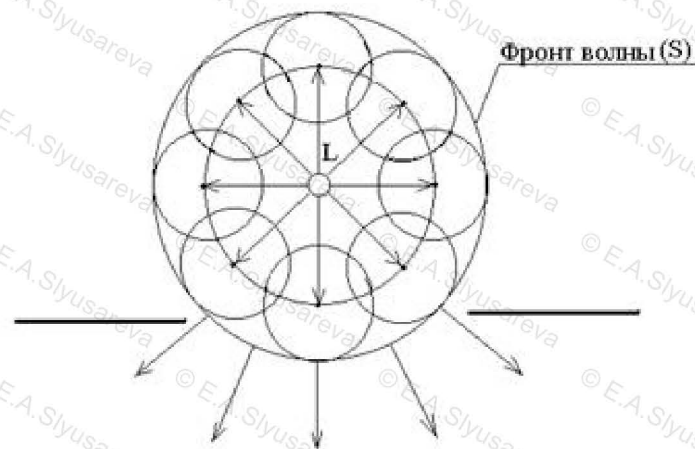
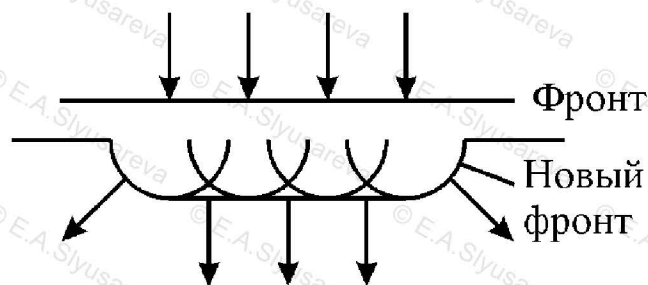
План

1. Принцип Гюйгенса-Френеля.
2. Дифракционный интеграл Френеля.
3. Зоны Френеля.
4. Дифракция на круглом отверстии: ближняя и дальняя зоны дифракции.
5. Дифракционная расходимость пучка.
6. Дифракция на краю экрана.
7. Дифракция на диске и пятно Пуассона.

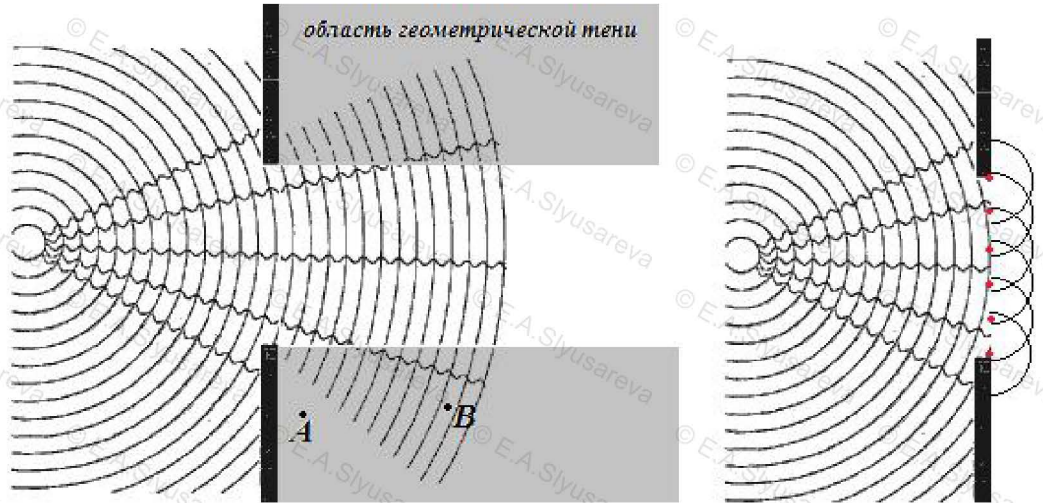
Принцип Гюйгенса-Френеля



На фронте светового возмущения каждая точка есть источник вторичной сферической волны. Положение волнового фронта в следующий момент времени определяется огибающей вторичных волн (Христиан Гюйгенс, 1678).



Проникновение света в
область геометрической
тени (Гримальди)

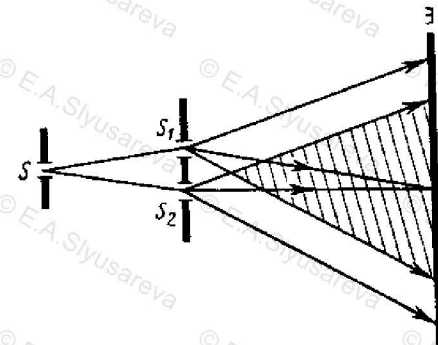
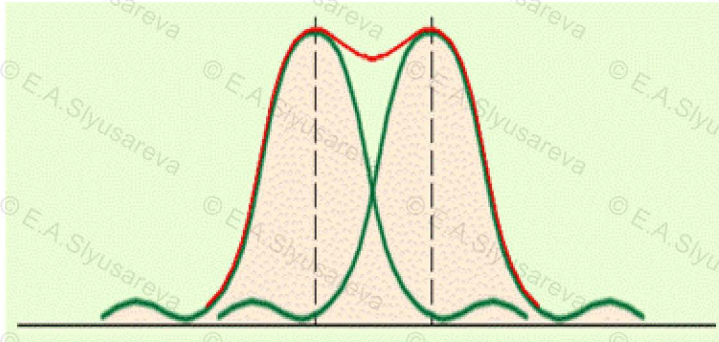


Вторичные световые волны могут как усиливать, так и ослаблять друг друга (могут интерферировать). Световое поле есть результат интерференции элементарных вторичных волн, испускаемых каждым элементом некоторой волновой поверхности (О. Френель, 1818)

Дифракция - любое отклонение распространения света от прямолинейного, не связанное с отражением или преломлением. В более узком смысле дифракцией называют явление огибания волной препятствия.

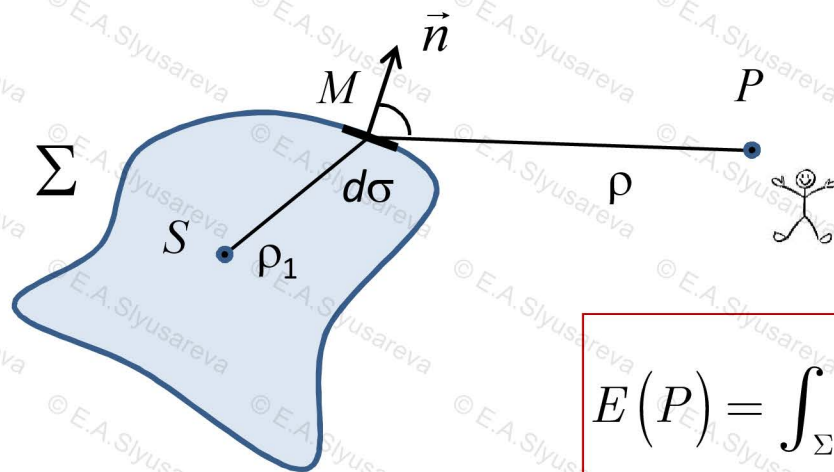
Принципиальное значение дифракции состоит в том, что она, как и интерференция, доказывает волновую природу света.

Фундаментальный смысл дифракции состоит в том, что она ограничивает возможности концентрации света в пространстве, накладывает ограничения на предел разрешающей способности оптических и спектральных приборов, влияет на формирование оптического изображения и т. п.



Дифракция ограниченных световых пучков как способ наблюдения интерференции

Дифракционный интеграл Френеля



S - источник света, P - точка наблюдения, $SM = \rho_1$, $SP = \rho$,
 $\vec{n}$ - нормаль к поверхности Σ в точке M .

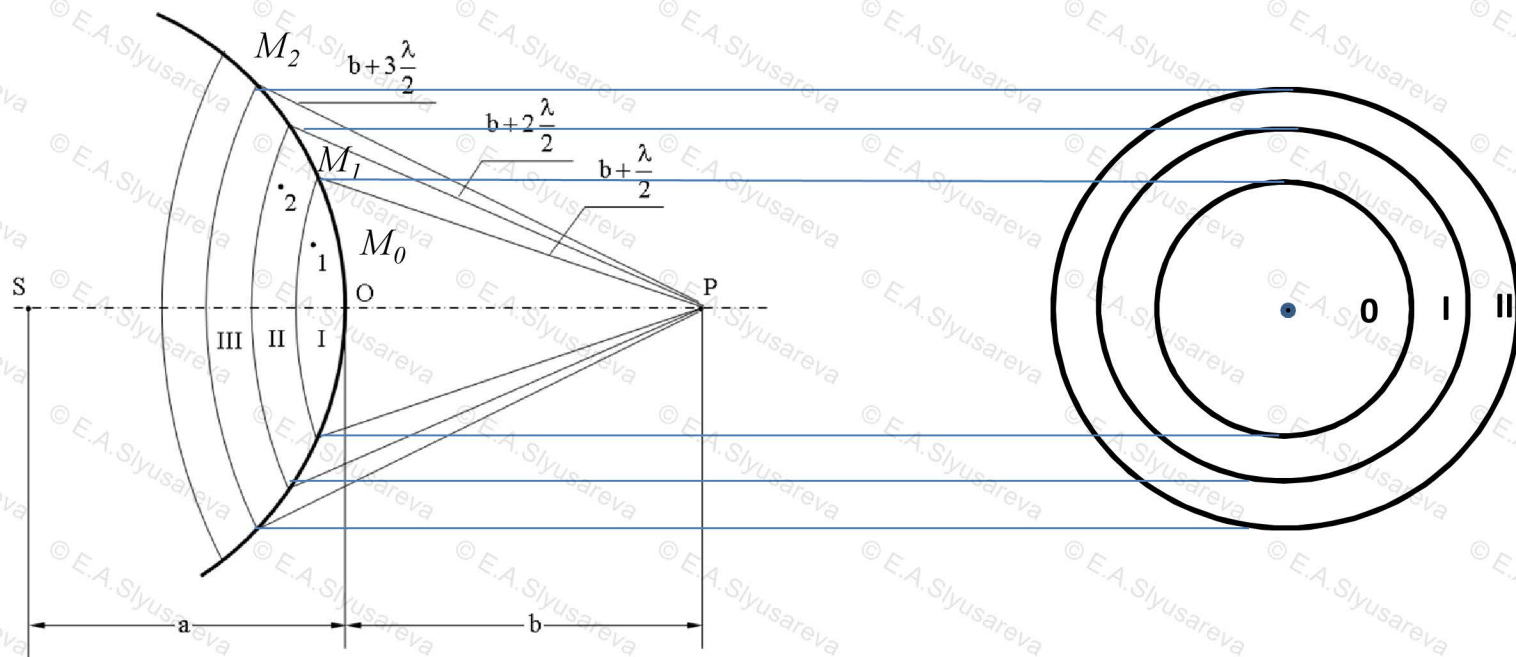
$$E(P) = \int_{\Sigma} E(M) \frac{\exp(-ik\rho)}{\rho} K(\varphi) d\sigma$$

$E(P)$ и $E(M)$ – комплексные амплитуды поля в точках P и M , $K(\varphi)$ – коэффициент наклона, монотонно убывающий от начального значения $K(0)$ до нуля при изменении угла φ от 0 до $\pi/2$

Световое поле в точке P есть результат наложения (сложения) световых волн, испускаемых всеми элементами поверхности Σ . **Интеграл Гюйгенса-Френеля** учитывает фазы элементарных вторичных волн, приходящих в точку P от различных элементов поверхности Σ , т.е. принимается во внимание интерференция вторичных волн

Зоны Френеля

(способ расчета дифракционных картин)



$$M_0P = OP + \lambda / 2$$

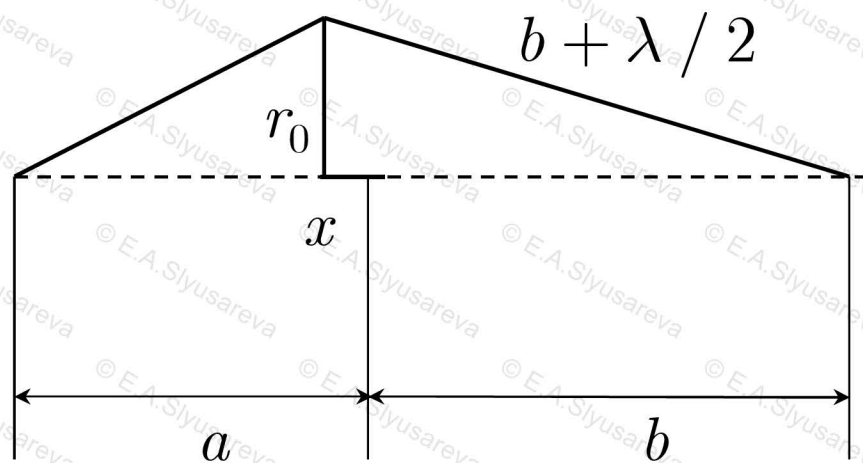
$$M_1P = M_0P + \lambda / 2$$

.....

$$M_nP = M_{n-1}P + \lambda / 2$$

Выделим на сфере кольцевые зоны так, чтобы расстояния от границ зоны до точки наблюдения отличались на половину длины световой волны. Положение границ френелевских зон (0, I, II) зависит от выбора точки наблюдения

Оценим радиусы зон и их площади:



$$r_0^2 = a^2 - (a - x)^2 = 2ax - x^2$$

$$r_0^2 = (b + \lambda / 2)^2 - (b + x)^2$$

$$2ax = b\lambda - 2bx + (\lambda / 2)^2 - x^2 + \lambda^2$$

Учитывая, что $a, b \gg \lambda, x$:

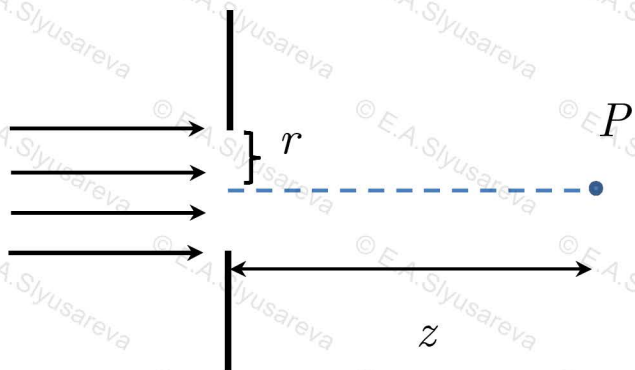
$$x \approx \frac{b\lambda}{2(a+b)}$$

при $r_0^2 \approx 2ax$ $r_0 = \sqrt{\frac{\lambda ab}{a+b}}$

- радиус нулевой зоны Френеля

$r_n = \sqrt{(n+1) \frac{\lambda ab}{a+b}}$ - радиус n -й зоны Френеля

Дифракция на круглом отверстии



Выберем точку P на оси пучка и определим, как меняется интенсивность света в данной точке при изменении радиуса отверстия. Пусть z - расстояние от точки наблюдения до экрана с отверстием, а r — радиус отверстия.

$$r_n = \sqrt{(n+1) \frac{\lambda ab}{a+b}} = \sqrt{(n+1) \lambda z}$$

Зоны Френеля имеют одинаковые площади, определяемые формулой:

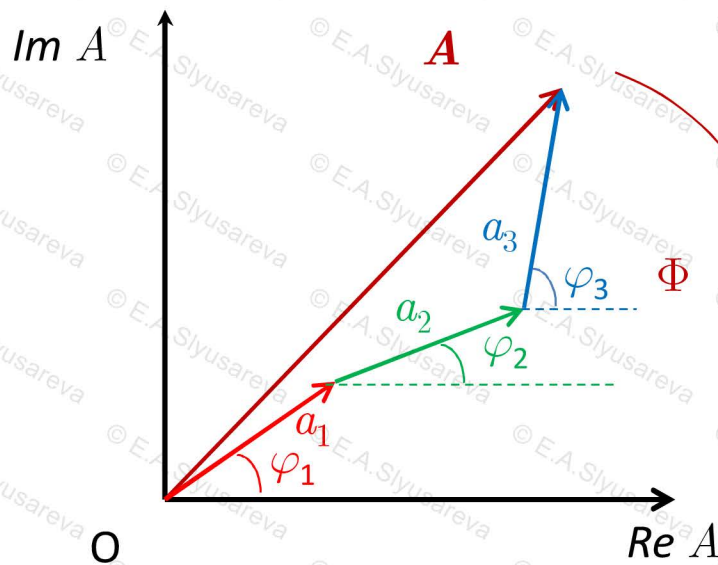
$$S_n = \pi (r_n^2 - r_{n-1}^2) = \pi [(n+1) \lambda z - n \lambda z] = \pi \lambda z$$

Если известны длина световой волны, радиус отверстия и расстояние от экрана с отверстием до точки наблюдения поля, можно вычислить число зон Френеля N_F , попадающих в пределы отверстия, или число открытых френелевских зон, видимых из точки P . Это число называется **числом Френеля**. Полагая $N_F = n+1$ и $r_n = r$:

$$N_F = \frac{r^2}{\lambda z}$$

Введение зон Френеля позволяет графически анализировать дифракционные явления. Это можно сделать с помощью построения векторной диаграммы.

Вычисление результирующего светового поля, описываемого интегралом Гюйгенса-Френеля сводится к суммированию световых колебаний, возбуждаемых элементарными вторичными источниками.

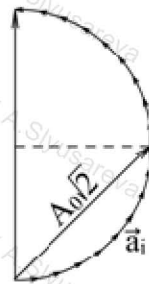


Сложение гармонических колебаний методом векторной диаграммы

Разбиваем зону Френеля на множество concentric колец (подзон). Разбиение можно произвести таким образом, чтобы площади подзон были примерно одинаковы, а число подзон было достаточно большим. В этом случае вклады подзон изображаются векторами, которые имеют одинаковую длину, но разные углы наклона к оси абсцисс. Первый и последний векторы повернуты друг относительно друга на угол π — в соответствии с определением зоны Френеля.

По мере увеличения радиуса вклад подзоны (и, следовательно, длина соответствующего вектора) немного уменьшается в следствие увеличения угла между нормалью к поверхности Σ и направлением на точку наблюдения.

а) I зона Френеля открыта



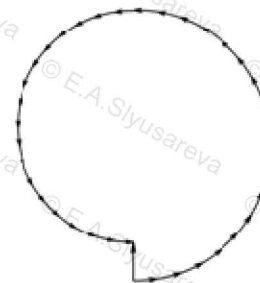
$$\vec{A}_{\text{рез}} = \vec{A}_1; A_1 = 2A_0; I = 4I_0$$

б) II зона Френеля открыта



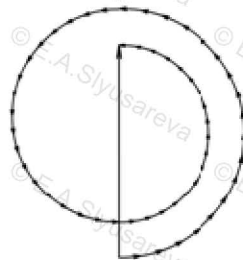
$$\vec{A}_{\text{рез}} = \vec{A}_2; A_2 \approx 2A_0; I \approx 4I_0$$

в) I и II зоны Френеля открыты



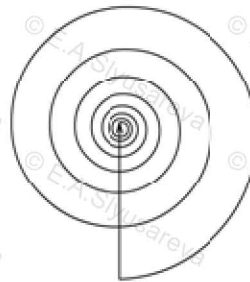
$$\vec{A}_{\text{рез}} = \vec{A}_1 + \vec{A}_2; A_{\text{рез}} \approx 0; I \approx 0$$

г) I, II и III зоны Френеля открыты



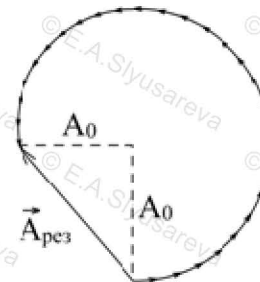
$$\vec{A}_{\text{рез}} = \vec{A}_1 + \vec{A}_2 + \vec{A}_3; A_{\text{рез}} \approx A_1; I \approx 4I_0$$

д) Полностью открытый фронт



$$\vec{A}_{\text{рез}} = \vec{A}_0; I = I_0$$

е) открыты полторы зоны Френеля



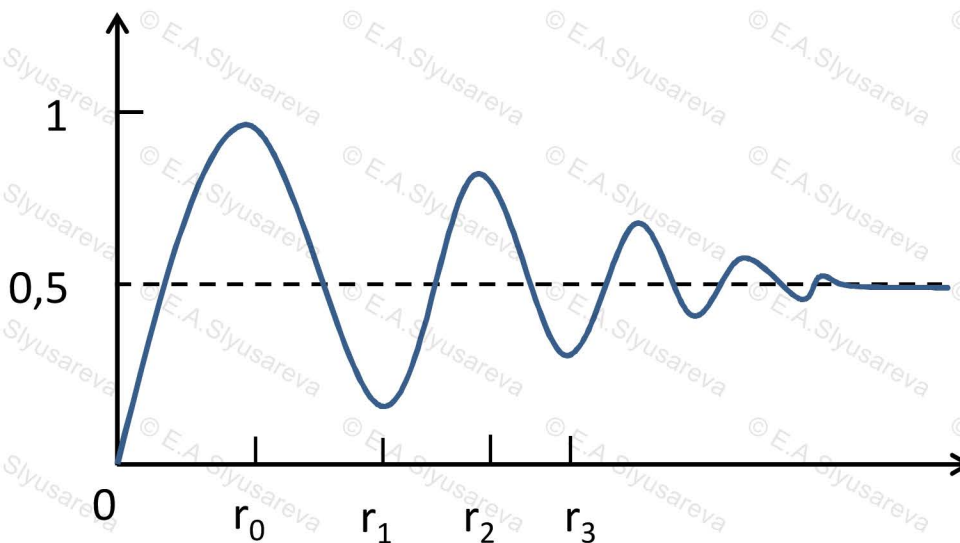
$$A_{\text{рез}} = A_0\sqrt{2}; I = 2I_0$$

В предельном случае, когда открыты все зоны Френеля и число подзон каждой зоны стремится к бесконечности, получим векторную диаграмму, которая имеет вид гладкой скручивающейся спирали, которую и называют **спиралью Френеля**.

Результирующее поле E_P в точке наблюдения можно представить в виде суммы:

$$A_P = A_0 - A_1 + A_2 - A_3 + \dots + A_n$$

где A_n — амплитуда поля, создаваемая соответствующей зоной Френеля ($n = 0; 1; 2; \dots$ — номер зоны Френеля), причем $A_0 > A_1 > A_2 > A_3$ и т.д. Отсюда следует, что амплитуда света в точке наблюдения немонотонно (осциллирующее) зависит от радиуса отверстия



максимальная интенсивность света в точке наблюдения достигается на расстоянии, при котором отверстие совпадает с нулевой зоной Френеля. В этом случае амплитуда поля в два раза (а интенсивность света в 4 раза) выше, чем в отсутствие экрана

Все четные зоны Френеля дают вклад в результирующее поле одного знака. Все нечетные – противоположного знака. Поэтому если каким-либо образом "выключать" все четные либо все нечетные зоны, можно получить значительное увеличение интенсивности света в точке наблюдения. Такая пластинка называется зонной пластинкой Френеля. Можно сказать, что зонная пластинка перераспределяет световое поле в пространстве или фокусирует свет аналогично тому, как это делает линза.



Фокусное расстояние F связано с радиусами френелевских зон r_n следующим соотношением:

$$r_n = \sqrt{(n + 1) \lambda F}$$

Ближняя и дальняя зона дифракции

Рассмотрим изменение интенсивности света I на оси отверстия по мере увеличения расстояния z от экрана с отверстием. Зафиксируем радиус отверстия r . По мере удаления от экрана число зон Френеля на отверстии уменьшается, пока, наконец, в пределах отверстия не останется одна нулевая зона Френеля. В этот момент интенсивность света I в точке наблюдения достигает максимума, после чего монотонно убывает с ростом расстояния z .



$$z_d = \frac{r^2}{\lambda}$$

Расстояние z_d , при котором отверстие совпадает с нулевой зоной Френеля, называют **дифракционной длиной светового пучка**.

Ближняя и дальняя зона дифракции

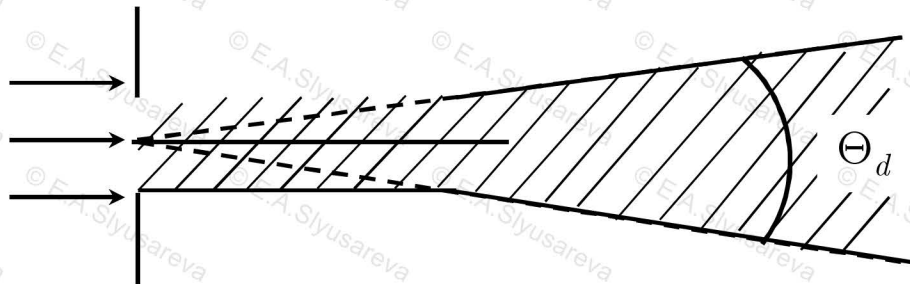
Зона, для которой $z \ll z_d$, называется **ближней зоной дифракции**. В этой зоне световой пучок сохраняет структуру, заданную формой отверстия, а интенсивность света на оси пучка примерно равна интенсивности исходной световой волны. Для точек ближней зоны в пределах отверстия помещается множество зон Френеля, и поперечный профиль пучка поддерживается постоянным за счет интерференции элементарных вторичных волн, идущих от разных зон Френеля и его можно считать параллельным.

$$N_F \gg 1$$

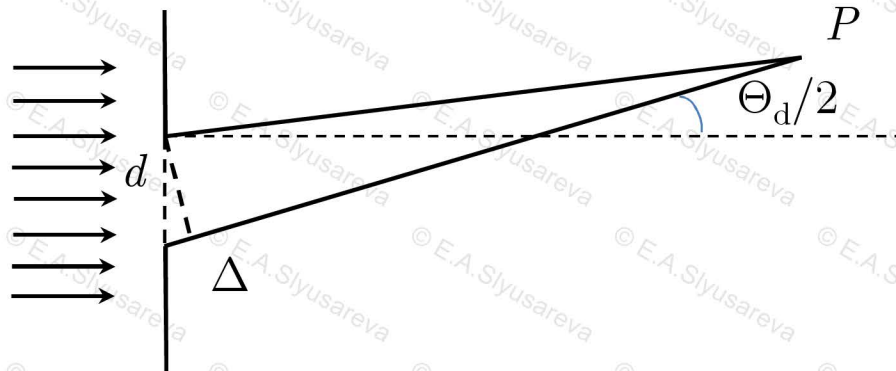
Зона, для которой $z \gg z_d$ называется **дальней зоной дифракции**. В этой зоне интенсивность света на оси пучка много меньше интенсивности исходной волны, следовательно, световой пучок расширяется. Для точек дальней зоны в пределах отверстия помещается только центральная часть нулевой зоны Френеля.

$$N_F \ll 1$$

Дифракционная расходимость пучка



Оценим дифракционную расходимость пучка, исходя из представлений об интерференции элементарных вторичных волн.



$$\Delta = \frac{\lambda}{2}$$

$$\Delta \approx d \sin \frac{\Theta_d}{2}$$

$$\Theta_d = \frac{\lambda}{d}$$

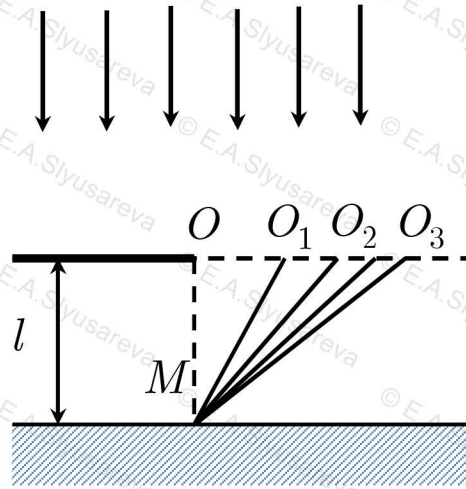


Для гелий-неонового лазера ($d=2$ мм, $\lambda=0,63$ мкм):

$$\Theta_d = \frac{\lambda}{d} = \frac{0,63 \cdot 10^{-6}}{2 \cdot 10^{-3}} \approx 0,3 \cdot 10^{-3} \text{ рад}$$

$$z_d = \frac{r^2}{\lambda} = \frac{10^{-6}}{0,63 \cdot 10^{-6}} \approx 1,5 \text{ м}$$

Дифракция на краю непрозрачного экрана



Построение зон Френеля на краю непрозрачного экрана

$$OM = l \quad O_1M = l + \frac{\lambda}{2} \quad O_2M = O_1M + \frac{\lambda}{2}$$

d_n – расстояние от экрана до начала френелевской зоны с номером n

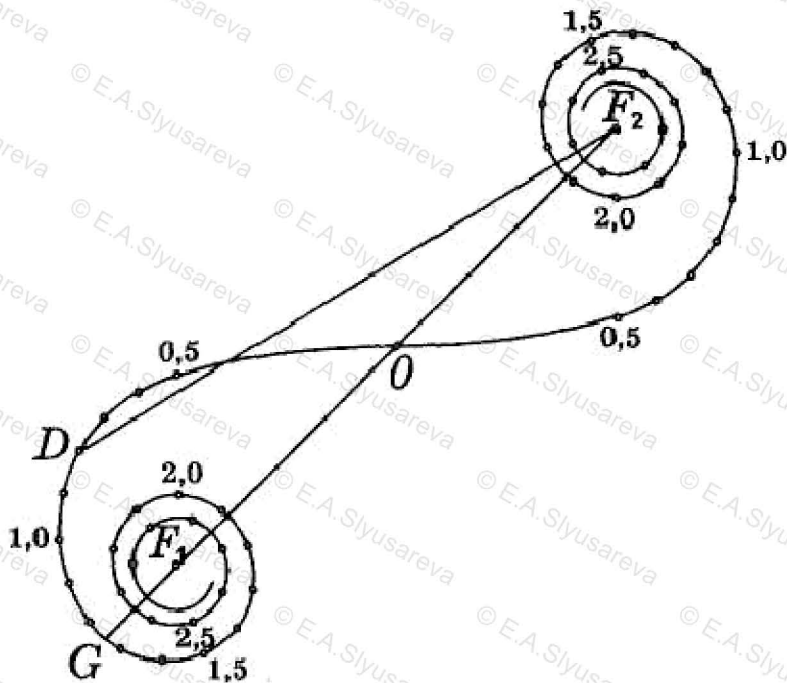
$$d_n^2 = OO_n^2 = \left(l + \frac{n\lambda}{2} \right)^2 - l^2 = nl\lambda + \left(\frac{n\lambda}{2} \right)^2$$

При $l \gg \lambda$: $d_n = \sqrt{nl\lambda}$

Площадь n -й зоны Френеля (L – длина края экрана):

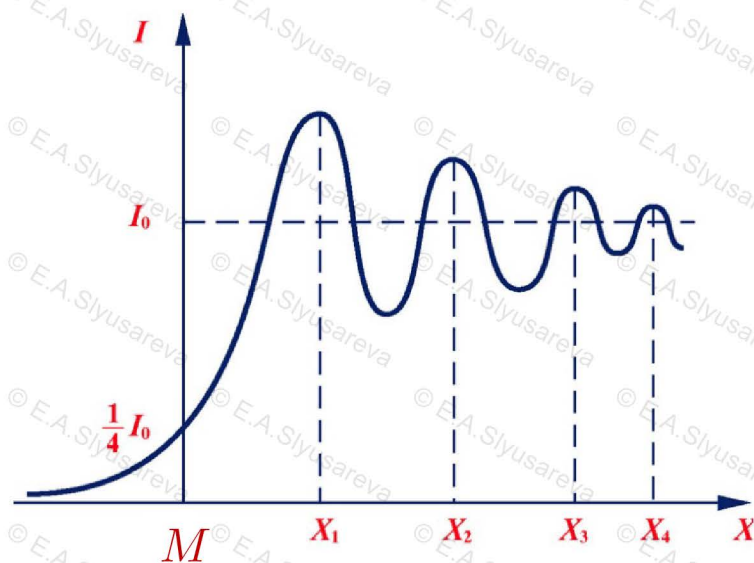
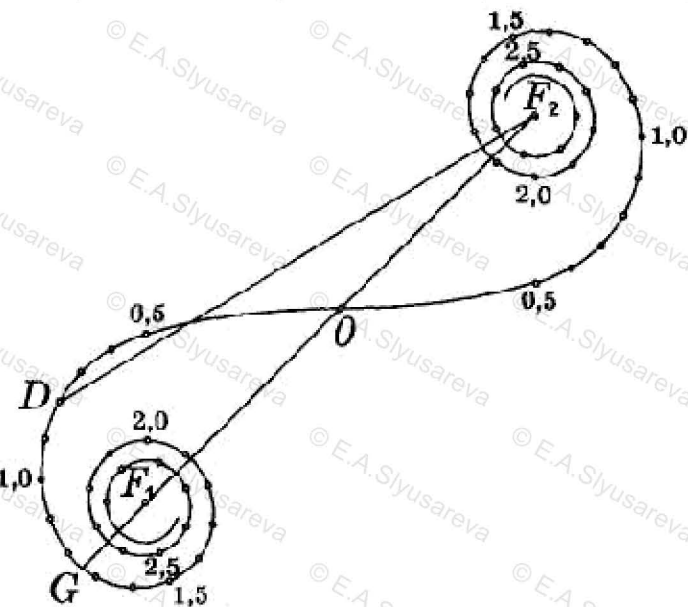
$$S_n = (d_{n+1} - d_n)L = (\sqrt{n+1} - \sqrt{n})L\sqrt{\lambda l} = \frac{L\sqrt{\lambda l}}{\sqrt{n+1} + \sqrt{n}} \approx \frac{L}{2} \sqrt{\frac{\lambda l}{n}}$$

Симметричная спираль Френеля (Спираль Корню)

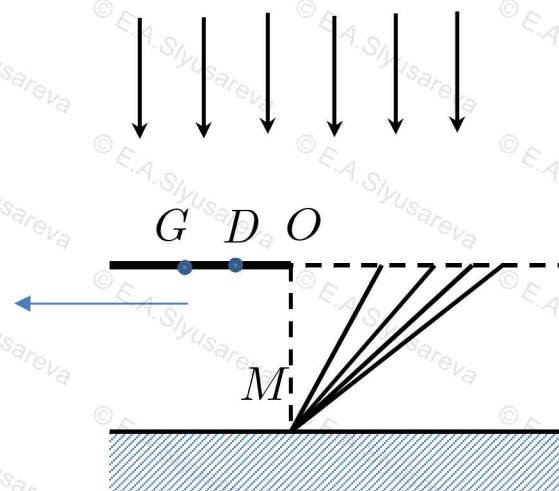


Разделим каждую зону Френеля на большое число подзон. Для определения дифракционного светового поля нужно просуммировать световые колебания, создаваемые в точке наблюдения элементарными вторичными волнами, приходящими от всех открытых зон и подзон. Суммирование можно провести методом векторной диаграммы. При этом следует учесть, что поскольку при удалении от края экрана ширина френелевских зон уменьшается, длина вектора, изображающего вклад отдельной подзоны, будет тем меньше, чем дальше расположена зона от края экрана.

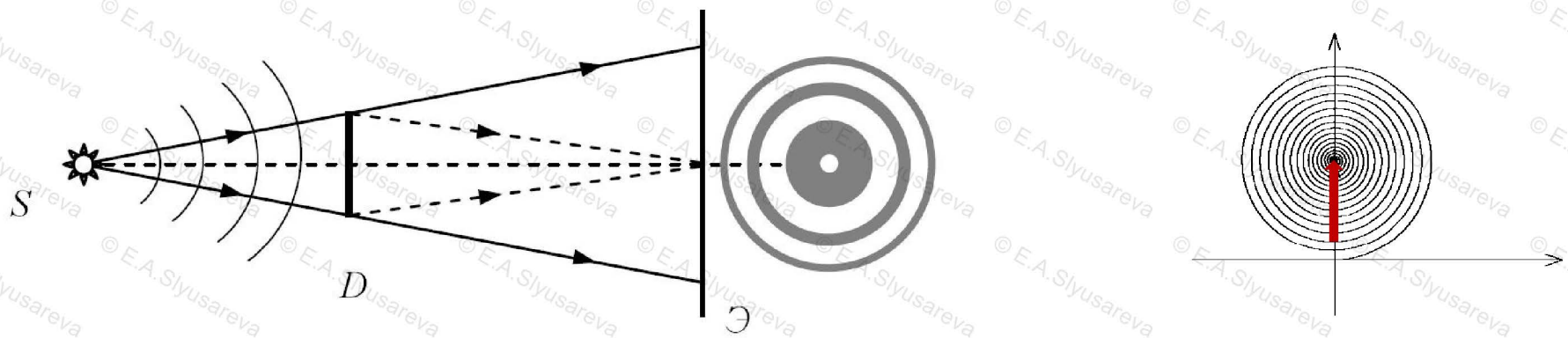
Предположим теперь, что при фиксированной точке наблюдения поля M край экрана начинает отодвигаться влево. В этом случае будут "открываться" зоны Френеля, расположенные слева от первоначального положения края экрана. Картина расположения границ зон Френеля справа и слева от точки O симметрична, поэтому симметричной будет и соответствующая спираль Френеля. Пользуясь спиралью Френеля, можно построить полную картину дифракции света на краю экрана.



Ход интенсивности вблизи края тени

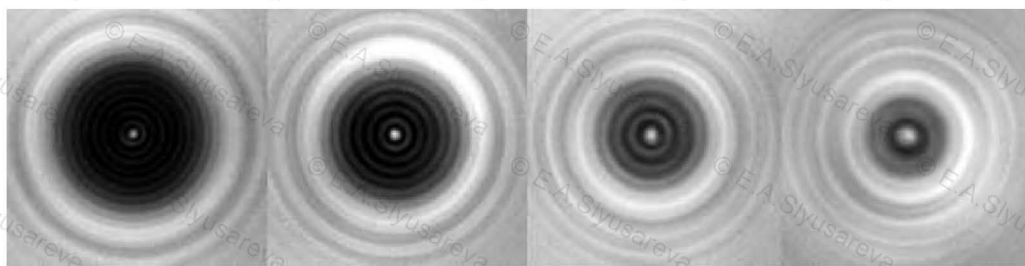


Дифракция на диске и пятно Пуассона



$$A = A_{m+1} - A_{m+2} + A_{m+3} - \dots = \frac{A_{m+1}}{2} + \left(\frac{A_{m+1}}{2} - A_{m+2} + \frac{A_{m+3}}{2} \right) + \dots = \frac{A_{m+1}}{2}$$

Таким образом, теория Френеля предсказывает проникновение света в центр геометрической тени диска, установленного на пути плоской монохроматической световой волны.





Трудности метода зон Френеля

- Не решает вопроса о законе ослабления амплитуды вторичных волн в зависимости от направления распространения. Эту зависимость приходится постулировать
- Дает неправильную фазу волны. Фаза на фронте волны по определению принимается равной нулю. Поэтому фаза волны, вычисленная по методу Френеля отличается от исходной на $\lambda/2$.

