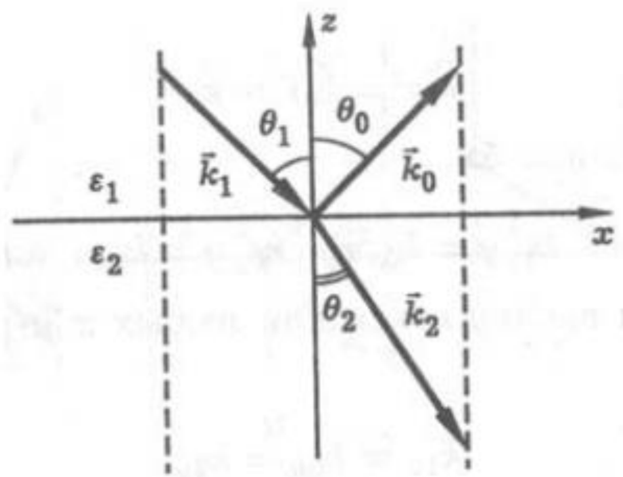
# Лекция 11

**План**

1. **Оптические явления на границе раздела сред: отражение и преломление поляризованного света на границе раздела.**
2. **Формулы Френеля.**
3. **Эффект Брюстера.**
4. **Изменение фазы световой волны при отражении и преломлении.**
5. **Отражение света от поверхности металла.**
6. **Стоячие волны**

# Оптические явления на границе раздела сред: отражение и преломление поляризованного света на границе раздела

Отражение и преломление плоской волны на границе раздела двух сред




На границе раздела диэлектриков должны быть непрерывны тангенциальные (т. е. параллельные поверхности раздела) компоненты напряженности электрического и магнитного поля.

Индексы 0 и 2 соответствуют отраженной и преломленной волне.

Граничное условие в плоскости границы раздела $z = 0$, запишем в виде:

$$E_{1t}\exp\left[i\left(\omega_1 t-\vec{k}_1\vec{r}\right)\right]+E_{0t}\exp\left[i\left(\omega_0 t-\vec{k}_0\vec{r}\right)\right]=E_{2t}\exp\left[i\left(\omega_2 t-\vec{k}_2\vec{r}\right)\right]$$

Соотношение должно выполняться в любой момент времени $t$ и для всех точек, лежащих на границе раздела.

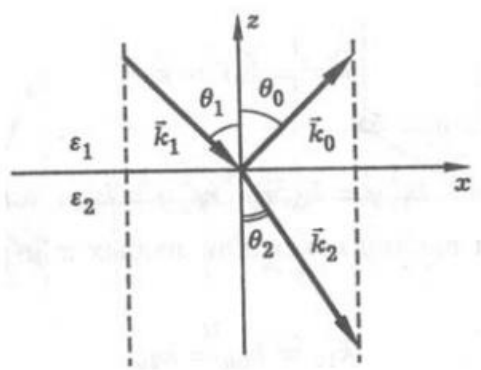
Поэтому: $\omega_1 t - \vec{k}_1\vec{r} = \omega_0 t - \vec{k}_0\vec{r} = \omega_2 t - \vec{k}_2\vec{r}$ или $\vec{k}_1\vec{r} = \vec{k}_0\vec{r} = \vec{k}_2\vec{r}$

Переходя к декартовым координатам: $k_{1x}x + k_{1y} = k_{0x}x + k_{0y} = k_{2x}x + k_{2y}$

Эти условия должны выполняться для любых $x$ и $y$ :

$$k_{1y}y = k_{0y}y = k_{2y}y \qquad k_{1x}x = k_{0x}x = k_{2x}x$$

Пусть плоскость $xz$ совпадает с плоскостью падения




$$k_{1x}x = k_{0x}x = k_{2x}x \qquad k_{1y}y = k_{0y}y = k_{2y}y = 0$$

$$k_{1x}x = k_1 \sin\theta_1, \ \ k_{0x}x = k_0 \sin\theta_0, \ \ k_{2x}x = k_2 \sin\theta_2$$

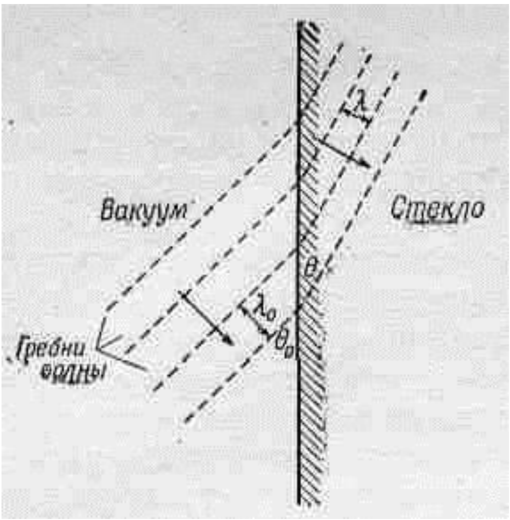
$$k_1 = k_0 = \frac{\omega}{c} n_1, \ \ k_2 = \frac{\omega}{c} n_2$$

Так как $k_{1x}=k_{0x}$, то $\Theta_0=\Theta_1$ - ***Закон отражения света***

Предположим теперь, что обе среды прозрачны, т.е. показатели преломления $n_1$ и $n_2$ действительны:

$$n_1 \sin\theta_1 = n_2 \sin\theta_2 \qquad \text{или} \qquad \frac{\sin\theta_1}{\sin\theta_2} = \frac{n_2}{n_1}$$

Эти формулы связывает между собой угол падения и преломления света. Они выражают ***закон преломления***, или закон Снеллиуса.




Отклонение луча света есть следствие изменения скорости света в разных материалах. На рис. показаны ряд последовательных максимумов в амплитуде волны, падающей из вакуума на стекло. Стрелки, перпендикулярные указанным максимумам, отмечают направление распространения волны. Всюду в волне происходят колебания с одной и той же частотой.

Наименьшее расстояние между гребнями есть длина волны $\lambda$. В вакууме $\lambda_0 = 2\pi c/\omega$, а в среде с показателем преломления $\lambda = 2\pi v/\omega$ или $\lambda = 2\pi c/\omega n$, где $v = c/n$ — скорость световой волны в среде. Чтобы "сшить" волны на границе волна в среде должна изменить свое направление. Причем это возможно при условии, что

$$\lambda_0/\sin\Theta_0 = \lambda / \sin\Theta \text{ или } \sin\Theta_0/\sin\Theta = n,$$

# Формулы Френеля

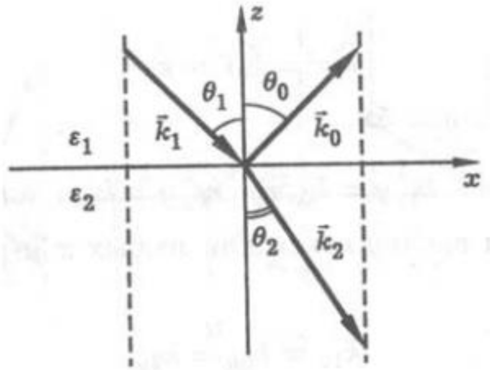
Определим теперь ***соотношение между энергиями отраженного и преломленного лучей***. Для этого необходимо вычислить амплитуды отраженной и преломленной волн. Будем считать падающую, отраженную и преломленную световые волны плоскими и монохроматическими Среды, образующие границу раздела, также будем считать ***линейными*** и ***изотропными*** и характеризовать комплексными диэлектрическими проницаемостями $\varepsilon_{1,2}$.

Уравнения Максвелла имеют вид:

$$\left[\vec{k},\vec{E}\right]=\frac{\omega}{c}\vec{H} \qquad \left[\vec{k},\vec{H}\right]=-\frac{\omega}{c}\varepsilon\vec{E}$$

где $E$, $H$ — комплексные амплитуды электрического и магнитного поля.

Пусть вектор $E_1$ падающей волны ***перпендикулярен*** плоскости падения. Такую поляризацию волны называют ***"s" поляризацией***. В этом случае отраженная и преломленная волны будут также поляризованы перпендикулярно плоскости падения.




Для комплексных амплитуд:

$$E_1 + E_0 = E_2, \;\; H_{1x} + H_{0x} = H_{2x}$$

$$H_{0,1x} = -\frac{c}{\omega} k_z E_{0,1} \qquad H_{2x} = -\frac{c}{\omega} k_z E_2$$

Учитывая, что: $k_{0,z} = -k_{1,z}$, получаем: $$k_{1,z}\left(E_1 - E_0\right) = k_{2z} E_2$$

Введем комплексные коэффициенты ***отражения и преломления*** света: $r_\perp = \dfrac{E_0}{E_1}$ $\qquad t_\perp = \dfrac{E_2}{E_1}$

$$1 + r_\perp = t_\perp \qquad k_{1z}\left(1 - r_\perp\right) = k_{2z} t_\perp$$

Решая алгебраическую систему уравнений, получаем: $r_\perp = \dfrac{k_{1z} - k_{2z}}{k_{1z} + k_{2z}}$ $\qquad t_\perp = \dfrac{2k_{1z}}{k_{1z} + k_{2z}}$

Формулы устанавливают связь между амплитудами ***падающей, отраженной и преломленной*** световых волн.

Аналогичным образом рассматривается случай, когда вектор падающей световой волны параллелен плоскости падения ”*p*” поляризация. В этом случае граничные условия имеют вид:

$$H_1 + H_0 = H_2 \qquad E_{1x} + E_{0x} = E_{2x}$$

$$E_x = \frac{c}{\omega}\frac{k_z}{\varepsilon}H \qquad \frac{k_{1z}}{\varepsilon_1}\left(H_1 - H_0\right) = \frac{k_{2z}}{\varepsilon_2}H_2$$

Введем комплексные коэффициенты ***отражения и преломления*** света: $r_{\parallel} = \dfrac{H_0}{H_1} \qquad t_{\parallel} = \dfrac{H_2}{H_1}$

$$1 + r_{\parallel} = t_{\parallel} \qquad 1 - r_{\parallel} = \frac{k_{2z}\varepsilon_1}{k_{1z}\varepsilon_2}t_{\parallel}$$

$$r_{\parallel} = \frac{\left(k_{1z}/\varepsilon_1\right) - \left(k_{2z}/\varepsilon_2\right)}{\left(k_{1z}/\varepsilon_1\right) + \left(k_{2z}/\varepsilon_2\right)} \qquad t_{\parallel} = \frac{2k_{1z}/\varepsilon_1}{\left(k_{1z}/\varepsilon_1\right) + \left(k_{2z}/\varepsilon_2\right)}$$

Предположим теперь, что обе среды прозрачны, т.е. проницаемости $\varepsilon_{1,2}$, а также показатели преломления сред $n_{1,2}$ - действительные величины.

Нормальные компоненты волновых векторов падающей и преломленной волн выражаются формулами:

$$k_{1z} = -k_1 \cos\theta_1, \qquad\qquad k_{2z} = -k_2 \cos\theta_2$$

Используя это, для коэффициентов отражения можно записать:

$$r_{\perp} = \frac{n_1 \cos\theta_1 - n_2 \cos\theta_2}{n_1 \cos\theta_1 + n_2 \cos\theta_2} \qquad\qquad r_{\parallel} = \frac{n_2 \cos\theta_1 - n_1 \cos\theta_2}{n_2 \cos\theta_1 + n_1 \cos\theta_2}$$

Принимая во внимание закон Снеллиуса, эти выражения нетрудно преобразовать к виду:

$$r_{\perp} = \frac{\sin(\theta_1 - \theta_2)}{\sin(\theta_1 + \theta_2)} \qquad r_{\parallel} = \frac{tg(\theta_1 - \theta_2)}{tg(\theta_1 + \theta_2)}$$

Формулы определяют амплитудные коэффициенты отражения света на границе раздела линейных изотропных прозрачных сред. Их называются ***формулами Френеля.***

Из закона сохранения энергии следует, что:

$$r_{\perp}^2 + t_{\perp}^2 = 1 \qquad r_{\parallel}^2 + t_{\parallel}^2 = 1$$

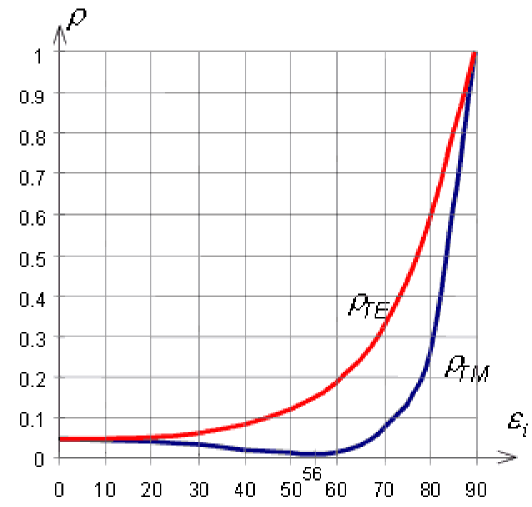
# Эффект Брюстера

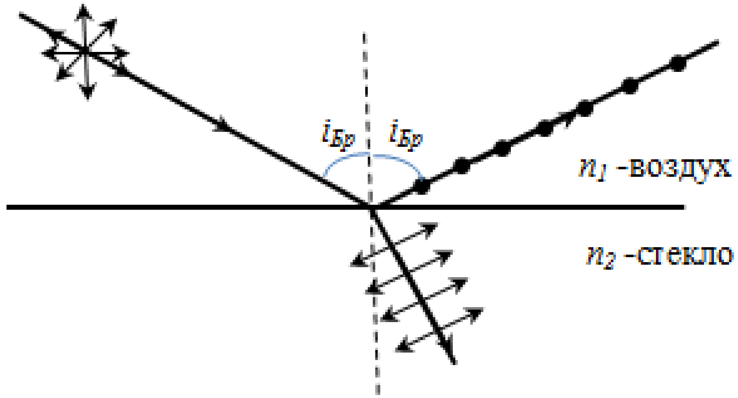
При определенных условиях коэффициент отражения $r_{||}$ обращается в ноль, когда знаменатель стремится к бесконечности. Это имеет место, если сумма углов падения и преломления удовлетворяет условию:

$$\theta_1 + \theta_2 = \frac{\pi}{2}$$

Если падающая световая волна поляризована в плоскости падения, то отраженная волна отсутствует. Этот эффект называют ***эффектом Брюстера***. Угол, при котором это происходит, называют ***углом Брюстера***. Используя закон преломления, нетрудно вычислить величину этого угла:

$$\theta_B = \arctan\left(\frac{n_1}{n_2}\right)$$






Брюстеровский угол называют также углом полной поляризации. Действительно, если падающий под этим углом свет неполяризован, то отраженный пучок света линейно поляризован перпендикулярно плоскости падения. Таким образом, эффект Брюстера можно использовать для получения ***линейно поляризованного света.***

# Изменение фазы световой волны при отражении и преломлении

Если $\Theta_1$=0, то: $$r_\perp = -\frac{n_2 - n_1}{n_1 + n_2} \qquad r_\parallel = \frac{n_2 - n_1}{n_2 + n_1}$$

При нормальном падении: $$r_\perp = -r_\parallel$$

При отражении назад один из векторов Е или Н световой волны должен изменить свое направление на обратное; только в этом случае векторы Е, Н и k как в падающей, так и в отраженной волне образуют правую тройку векторов в соответствии с требованием уравнений Максвелла.

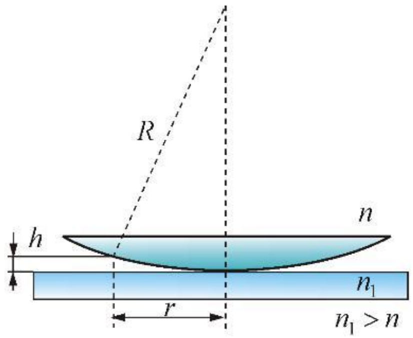
При $n_2 > n_1$ $r_\perp < 0$, $r_{||} > 0$ и, следовательно, при отражении вектор Н сохраняет свое направление, а вектор Е меняет направление на противоположное. т.е. его фаза меняется на $\pi$.

При отражении от менее потной среды ($n_2 < n_1$) все происходит наоборот, т.е. фаза Е-волны сохраняется, а Н -волны меняется на $\pi$. Об этом говорят как о потере полуволны при отражении. Для преломленной волны фазы обеих волн не меняются.

…из предыдущей лекции: найти скачок фазы:

## Кольца Ньютона

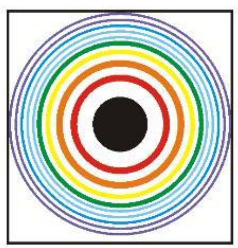
$$h = R - \sqrt{R^2 - r^2} \approx \frac{r^2}{2R}$$




$$\Delta = 2h + \frac{\lambda}{2}$$

$$\Delta = (2m+1)\frac{\lambda}{2} \qquad \text{min}$$

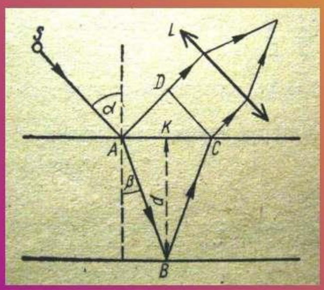
$$r_m = \sqrt{mR\lambda}$$



радиус $m$-го темного кольца

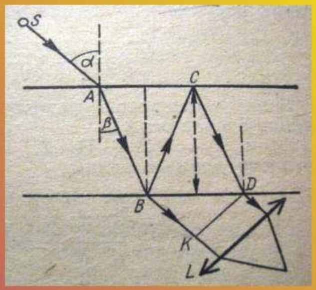
**Интерференция в тонких плёнках**

В отражённом свете



$$\Delta d = 2d\sqrt{n_2^2 - n_1^2 \sin^2\alpha} + \frac{\lambda}{2}$$

В проходящем свете



$$\Delta d = 2d\sqrt{n_2^2 - n_1^2 \sin^2\alpha}$$

Отношение потока энергии отраженной волны к потоку падающей называют ***энергетическим коэффициентом отражения***.

$$R_{\perp} = \left( \frac{n_1 \cos\theta_1 - n_2 \cos\theta_2}{n_1 \cos\theta_1 + n_2 \cos\theta_2} \right)^2 \qquad R_{\parallel} = \left( \frac{n_2 \cos\theta_1 - n_1 \cos\theta_2}{n_2 \cos\theta_1 + n_1 \cos\theta_2} \right)^2$$

Если падающий пучок света линейно поляризован, а вектор E составляет угол $\psi$ с плоскостью падения, коэффициент отражения будет

$$R = R_{\perp} \cos^2 \psi + R_{\parallel} \sin^2 \psi$$

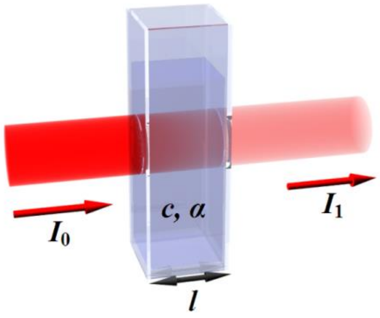
Для неполяризованного света следует усреднить по всем углам $\psi$

$$R = \left( R_{\perp} + R_{\parallel} \right) / 2$$

При нормальном падении:

$$R_{\perp} = R_{II} = \left( \frac{n_2 - n_1}{n_2 + n_1} \right)^2$$

Задача! оценить величину Френелевского отражения света от стеклянной кюветы, при нормальном падении света



# Отражение света от поверхности металла

Формулы Френеля, описывающие отражение и преломление света от диэлектриков, справедливы и для металлов.

$$\varepsilon(\omega) = 1 + \frac{4\pi N e^2}{m}\frac{1}{\omega_0^2 - \omega^2 + i\omega\gamma} = 1 + \frac{\omega_p}{\omega_0^2 - \omega^2 + i\omega\gamma}$$ для диэлектриков

$$\varepsilon(\omega) = n^2 = 1 - \frac{\omega_p}{\omega^2 - i\omega\gamma}$$ для металлов

В случае высоких частот $\omega >> \gamma$:

$$\varepsilon(\omega) = n^2 = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2}$$

Плазменная частота имеет смысл критической частоты.

При нормальном падении:

$$r_{\perp} = -r_{\parallel} = -\frac{n_2 - n_1}{n_2 + n_1} = -\frac{n-1}{n+1} = -\frac{(n'-1) - in''}{(n'+1) + in''}$$

$$\left(n = n_2 / n_1 = n' - in''\right)$$

Для энергетического коэффициента отражения получаем:

$$R = \left| -\frac{(n'-1) - in''}{(n'+1) + in''} \right|^2 = \frac{(n'-1)^2 + n''^2}{(n'+1)^2 + n''^2}$$

Отсюда видно, что при чисто мнимом показателе преломления (n’= 0) коэффициент отражения равен единице

При низких частотах, когда $\omega \ll \gamma$:

$$\varepsilon(\omega) = n^2 = 1 + i\frac{\omega_p^{\;2}}{2\gamma\omega}$$

Для показателя преломления получаем:

$$n \approx \sqrt{i\frac{\omega_p^2}{2\gamma\omega}} = \frac{1+i}{2}\frac{\omega_p}{\sqrt{2\gamma\omega}}$$

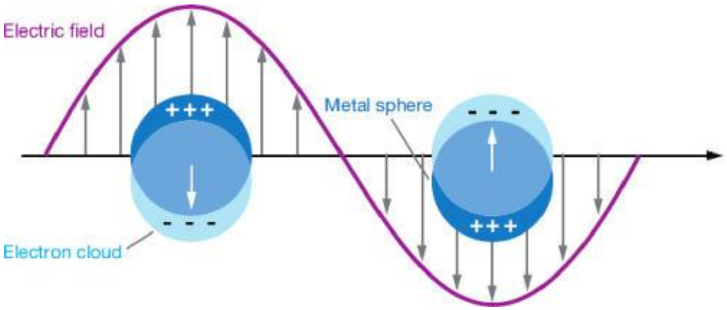
Таким образом, амплитуда волны уменьшается по мере проникновения в металл. Такие волны проникают вглубь металла на расстояние, которое много меньше длины волны в вакууме (***скин-эффект***).

Для промежуточных частот $\omega \approx \omega_p$ нужно пользоваться полным выражением, а не его предельными формами. В этом случае у показателя преломления отличны от нуля зависящие от частоты вещественная и мнимая части. Это значит, что волны разных частот при распространении в металле по-разному затухают. Очень тонкие слои металла прозрачны даже для видимого света. Например, тонкий слой золота, полученный напылением в вакууме на стеклянную подложку, пропускает видимый свет, но сильно поглощает инфракрасное излучение.

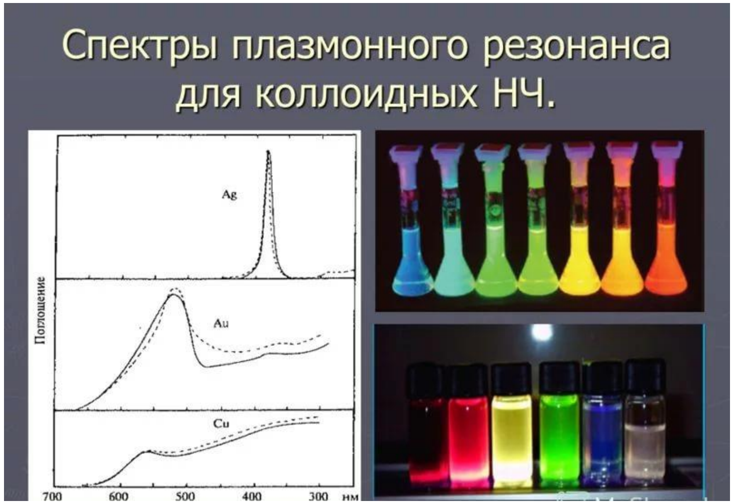
# Поверхностный плазмонный резонанс

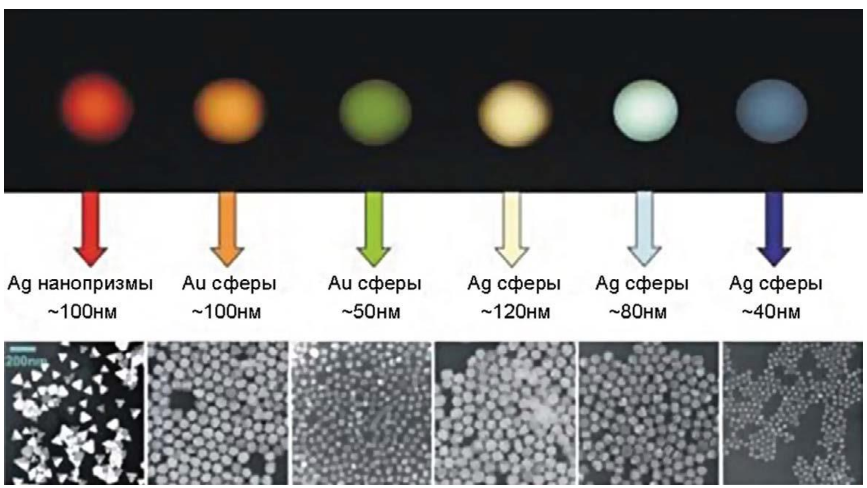
При взаимодействии электромагнитного излучения с металлическими наночастицами подвижные электроны проводимости частиц смещаются относительно положительно заряженных ионов металлов решетки. Это смещение носит коллективный характер, при котором движение электронов согласованно по фазе. Если размер частицы много меньше длины волны падающего света, то перемещение электронов приводит к возникновению диполя. В результате возникает сила, стремящаяся возвратить электроны в положение равновесия.

$$\vec{f} = -k\vec{x}$$




Можно говорить о наличии собственной частоты коллективных колебаний электронов в частице. Если частота колебаний падающего света совпадает с собственной частотой колебаний свободных электронов вблизи поверхности металлической частицы, наблюдается резкое увеличение амплитуды колебания «электронной плазмы».




- Интенсивность «свечения» материала, связанная с плазмонным резонансом, достигает существенных величин только в случае наночастиц и не играет заметной роли для объемных тел.

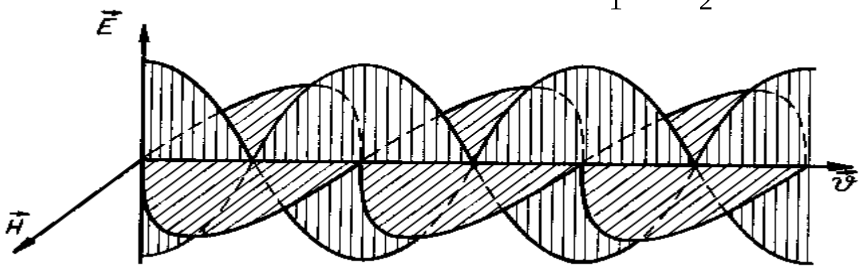
- На оптические свойства влияет природа, размеры и форма нанокристаллов

# Стоячая электромагнитная волна

Если уравнение падающей волны есть: $E_1 = A\sin(\omega t - kz)$

то для волны, отраженной в точке $z$ = 0, имеем: $E_2 = A\sin(\omega t + kz + \delta)$

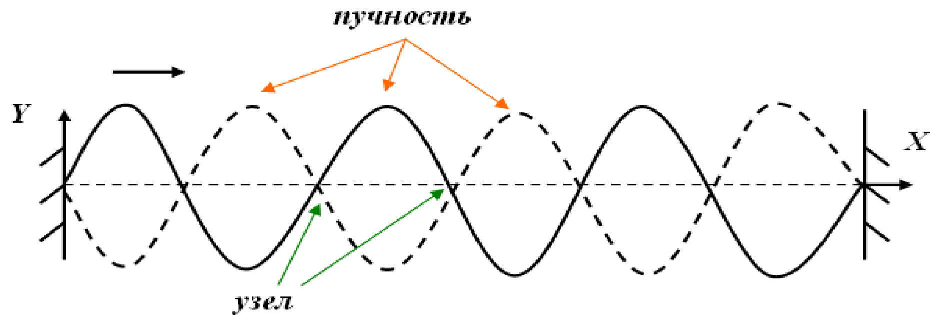
Результирующая волна записывается в виде: $E_1 + E_2 = 2A\cos(kz + \delta/2)\sin(\omega t + \delta/2)$

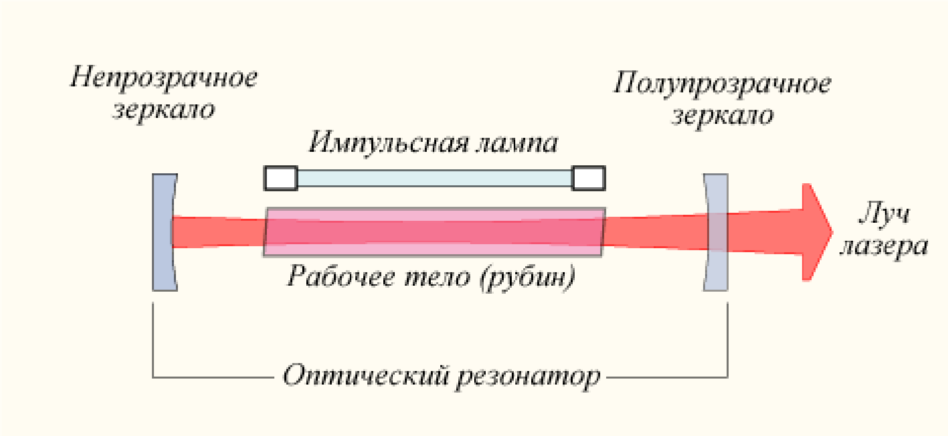



Формула показывает, что амплитуда колебаний равна меняется от точки к точке по простому гармоническому закону. Множитель же, выражающий периодическое изменение во времени не зависит от координаты. Такую волну называют ***стоячей волной.***

В стоячей волне имеется ряд точек, которым соответствует амплитуда, равная нулю. Эти точки определяются из условия $kz + \delta/2 = n\pi/2$, где n = 1; 3; 5; … — нечетные числа. Точки эти расположены на расстоянии полуволны одна от другой и называются ***узловыми точками.*** Посредине между ними расположены места, соответствующие максимальным значениям амплитуды, равным $2A$. Эти точки называются ***пучностями***.

В стоячей волне имеется ряд точек, которым соответствует амплитуда, равная нулю. Эти точки определяются из условия $kz + \delta/2 = n\pi/2$, где n = 1; 3; 5; … — нечетные числа. Точки эти расположены на расстоянии полуволны одна от другой и называются ***узловыми точками.*** Посредине между ними расположены места, соответствующие максимальным значениям амплитуды, равным $2A$. Эти точки называются ***пучностями***.




Оптический резонатор лазера