

# Лекция 14

## План

1. Линейная и нелинейная оптика.
2. Принцип работы лазера.
3. Нелинейная поляризованность среды.
4. Классическая модель нелинейной среды — ансамбль нелинейных осцилляторов.
5. Нелинейно-оптические явления.

# Линейная и нелинейная оптика

При больших мощностях световых волн вещество становится нелинейным:

$$P = \chi^{(1)}E + \chi^{(2)}E^2 + \chi^{(3)}E^3 + \chi^{(4)}E^4 + \dots = P_l + P_{nl}$$

$\chi^{(1)}$  — линейная восприимчивость среды;

$\chi^{(2)}$  — квадратичная нелинейная восприимчивость или нелинейность второго порядка;

$\chi^{(3)}$  — кубичная нелинейная восприимчивость или нелинейность третьего порядка и т.д.

$P_l = \chi^{(1)}E$  - линейная поляризованность среды;

$P_{nl} = \chi^{(2)}E^2 + \chi^{(3)}E^3 + \chi^{(4)}E^4 + \dots$  - нелинейная поляризованность среды.

В **изотропных средах** (газы и жидкости) восприимчивости **четного порядка отсутствуют**, т.е. равны нулю из-за свойств симметрии.

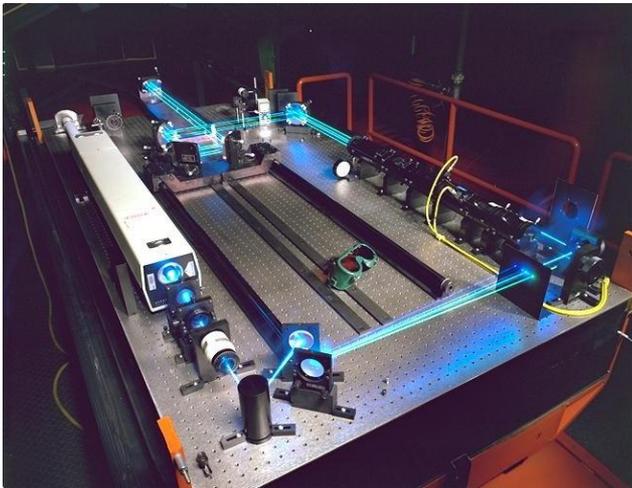
В **анизотропных** средах нелинейные восприимчивости имеют **тензорный характер**

**Нелинейная оптика** рассматривает изменения оптических свойств вещества в зависимости от напряженности поля световой волны, а также обусловленные этими изменениями **нелинейно-оптические явления**.

В общем случае материальное уравнение является нелинейным, а среды считаются нелинейными. Нелинейность материальных уравнений приводит к нелинейности всей системы уравнений Максвелла, описывающих распространение световых волн в среде. Основным следствием этой нелинейности является отказ от принципа суперпозиции волн: в нелинейных средах световые волны, распространяясь в среде, взаимодействуют друг с другом и обмениваются энергией. В результате одни волны могут ослабляться, а другие усиливаться. Такая картина соответствует **нелинейной оптике**

# Лазер

**Лáзер** (*laser*, от *light amplification by stimulated emission of radiation* «усиление света посредством вынужденного излучения»), или **опт́ический квáнтовый генерáтор** — это устройство, преобразующее энергию накачки (световую, электрическую, тепловую, химическую и др.) в энергию когерентного, монохроматического, поляризованного и узконаправленного потока излучения.

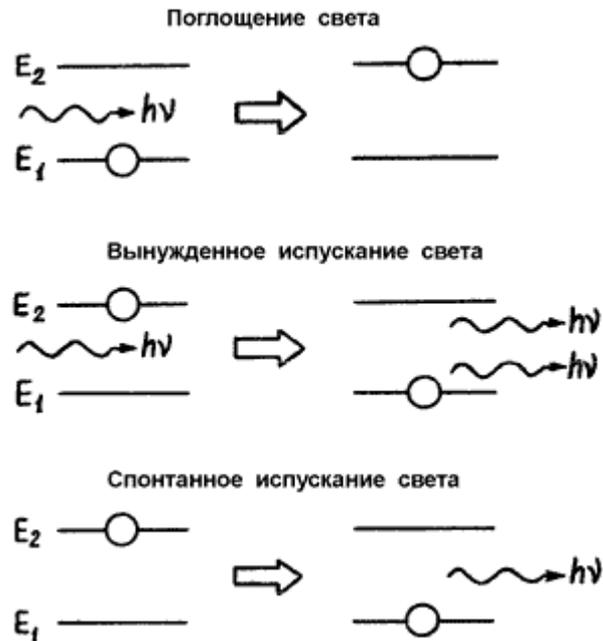


А. Эйнштейн предсказывает существование явления вынужденного излучения — физической основы работы любого лазера (1916 год)

Первый микроволновой генератор — мазер на аммиаке (Ч. Таунс, Басов Н.Г и Прохоров А.М.— Нобелевская премия по физике, 1964).

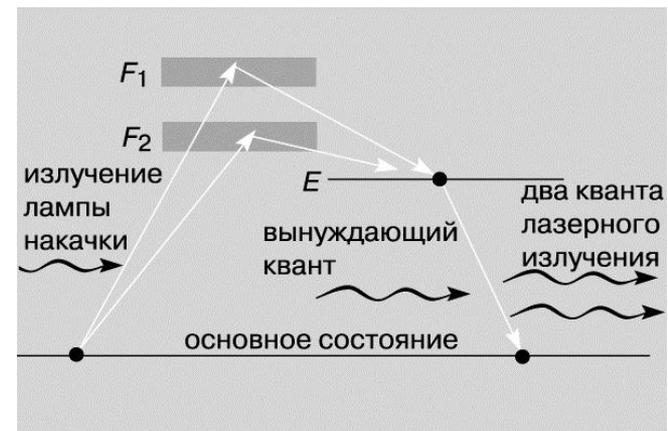
Ж. Алферов и Г. Кремер (Нобелевская премия по физике, 2000 г.) разработали теорию полупроводниковых гетероструктур, на основе которых были созданы многие лазеры.

- Напряженность поля световой волны от существующих тепловых источников света: не превышает  $10^3$  В/см.
- Внутриатомные поля: от  $10^7$  В/см (для полупроводников) и до  $10^9$  В/см (для диэлектриков).
- Лазеры: напряженности поля порядка  $10^5$ — $10^9$  В/см!

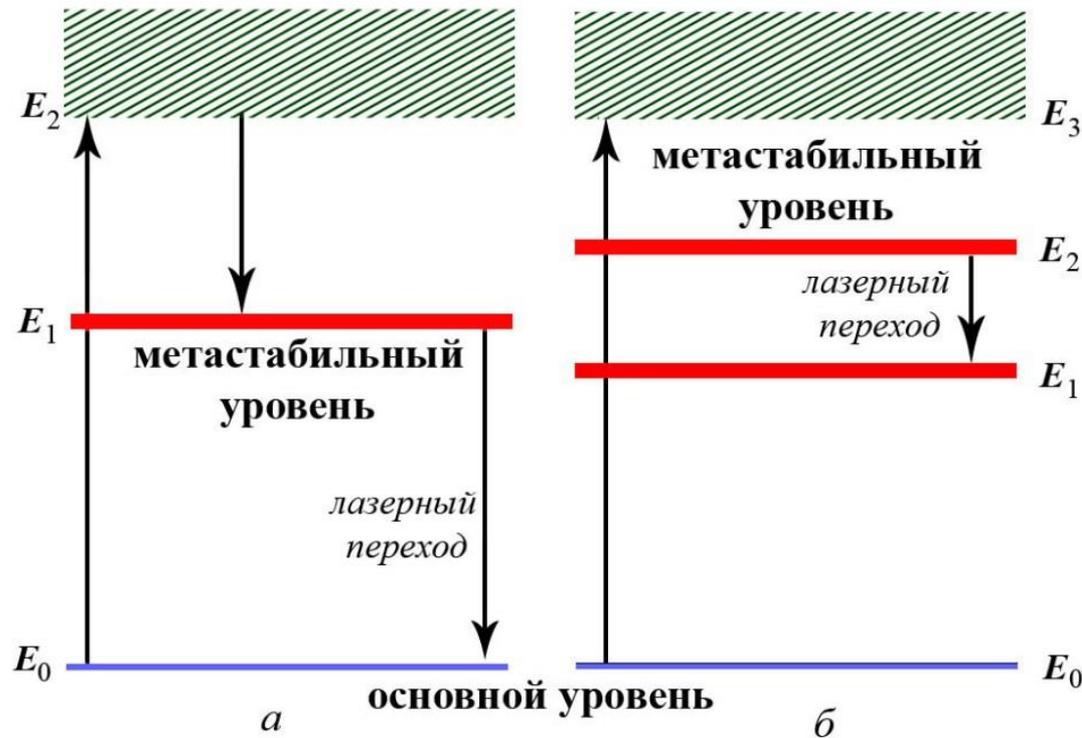


Физической основой работы лазера служит явление **вынужденного излучения**. Возбуждённый атом способен излучить фотон под действием другого фотона без его поглощения, если энергия последнего равняется разности энергий уровне атома до и после излучения. При этом излучённый фотон **когерентен** фотону, вызвавшему излучение (является его «точной копией»). Этим явление отличается от спонтанного излучения, в котором излучаемые фотоны имеют **случайные направления распространения, поляризацию и фазу**.

Для усиления света необходимо, чтобы возбуждённых атомов в среде было больше, чем невозбуждённых (**инверсия населенностей**). В состоянии термодинамического равновесия это условие не выполняется, поэтому используются различные системы накачки активной среды лазера (оптические, электрические, химические и др.)

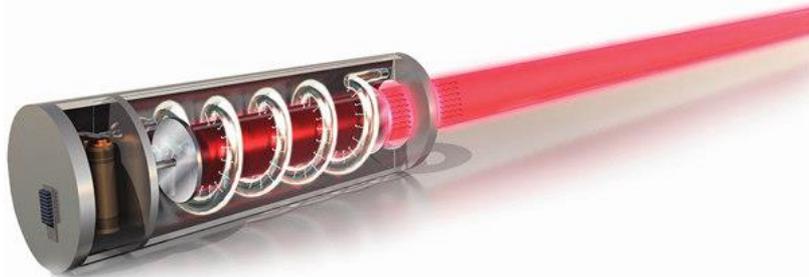


# Трёхуровневая (а) и четырёхуровневая (б) схемы накачки активной среды лазера

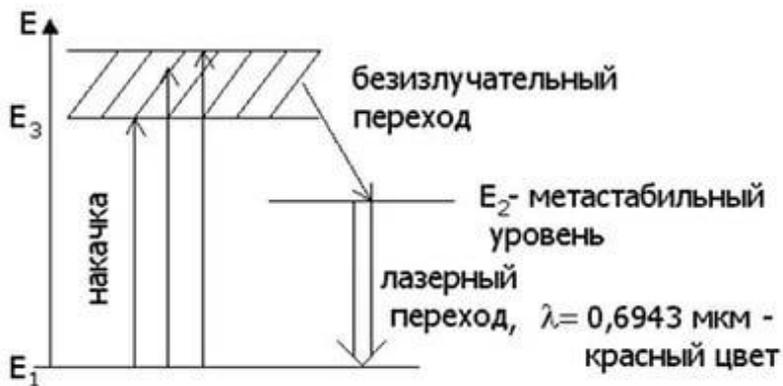


# Рубиновый лазер

(около 0,05% Cr)



Рубиновый лазер (1961 г.) работает в импульсном режиме и генерирует излучение на длине волны  $\lambda=0,6943$  мкм.



Лазер состоит из трех основных частей: активного (рабочего) вещества, резонансной системы, представляющей две параллельные пластины с нанесенными на них отражающими покрытиями, и системы возбуждения (накачки), в качестве которой обычно используется неоновая лампа-вспышка.

## Параметры генерации:

- Длина волны: 0,6943 мкм
- Интенсивность: 40-60 Дж/см<sup>2</sup>
- Расходимость пучка: 14,5'' (0,7·10<sup>-3</sup> рад)
- КПД: 1%

# Нелинейная поляризованность среды

Поляризованность среды описывается выражением (ограничимся тремя слагаемыми):

$$P(t) = \chi^{(1)} A \cos(\omega t - kz) + \chi^{(2)} A^2 \cos^2(\omega t - kz) + \chi^{(3)} A^3 \cos^3(\omega t - kz)$$

$A$  - вещественная амплитуда волны. После преобразования:

$$P(t) = \frac{1}{2} \chi^2 A^2 + \left( \chi^{(1)} A + \frac{3}{4} \chi^{(3)} A^3 \right) \cos(\omega t - kz) + \frac{1}{2} \chi^{(2)} A^2 \cos(2\omega t - 2kz) + \frac{1}{4} \chi^{(3)} A^3 \cos(3\omega t - 3kz)$$

При прохождении световой волны частоты  $\omega$  через нелинейную среду должно наблюдаться переизлучение, включающее в себя:

- постоянное (статическое) электрическое поле, обусловленное первым слагаемым (**эффект выпрямления**),
- световую волну частоты  $\omega$  (второе слагаемое),
- световую волну частоты  $2\omega$  — **вторая гармоника** (третье слагаемое),
- световую волну частоты  $3\omega$  — **третья гармоника** (четвертое слагаемое).

Учет последующих членов в разложении приводит к наличию переизлучения оптических гармоник более высоких порядков (четвертого, пятого и т.д.).

Поляризованность на частоте  $\omega$  приводит к переизлучению на этой частоте:

$$P_1(\omega) = \left( \chi^{(1)} A + \frac{3}{4} \chi^{(3)} A^3 \right) \cos(\omega t - kz)$$

Для электрической индукции можно записать:

$$D_1(\omega) = \left( 1 + 4\pi\chi^{(1)} + 3\pi\chi^{(3)} A^2 \right) E(t)$$

Для диэлектрической проницаемости получаем:

$$\varepsilon = \varepsilon_0 + \varepsilon_2 A^2$$

Для показателя преломления:

$$n = \sqrt{\varepsilon_0 + \varepsilon_2 A^2} \approx \sqrt{\varepsilon_0} \left( 1 + \frac{\varepsilon_2}{2\varepsilon_0} A^2 \right) = n_0 + n_2 A^2$$

Световая волна в нелинейной среде изменяет показатель преломления среды, причем добавка к показателю преломления пропорциональна интенсивности волны.

Оценим по величине линейную и нелинейные оптические восприимчивости среды:

Линейная восприимчивость:  $n^2 = 1 + 4\pi\chi$ ,  $n = 1,5$ ,  $\chi^{(1)} \approx 0,1$

Квадратичная восприимчивость:

$$\chi^{(2)} = \frac{\chi^{(1)}}{E}; \quad E_a = \frac{e}{a^2} = \frac{4,7 \cdot 10^{-10}}{(0,5 \cdot 10^{-8})^2} = 2 \cdot 10^7 \text{ СГСЭ}, \quad \chi^{(2)} = 5 \cdot 10^{-9} \text{ СГСЭ}$$

Кубическая восприимчивость:

$$\chi^{(3)} = \frac{\chi^{(2)}}{E^2}; \quad \chi^{(3)} = 2,5 \cdot 10^{-16} \text{ СГСЭ}$$

Восприимчивости разных порядков сравнить нельзя, так как они имеют разные размерности!

# Классическая модель нелинейной среды

Используя второй закон Ньютона, уравнение движения осциллятора запишем в виде:

$$m\ddot{x} = F_v + eE$$

Здесь  $m$ ,  $e$  — масса и заряд электрона,  $x$  — смещение центра электронного облака относительно атомного ядра,  $E$  — напряженность электрического поля световой волны,  $F_v$  — возвращающая сила, обусловленная притяжением электрона к ядру. Она связана с потенциальной энергией  $U(x)$  электрона в поле ядра соотношением:

$$F_v = -\frac{\partial U}{\partial x}$$

В окрестности положения равновесия электрона ( $x=0$ ) потенциальную энергию  $U(x)$  можно представить в виде разложения по степеням  $x$ :

$$U(x) = \frac{1}{2}\alpha x^2 + \frac{1}{3}\beta x^3 + \dots$$

$$F_v = -(\alpha x + \beta x^2 + \dots)$$

Возвращающая сила оказывается нелинейной функцией смещения.

Уравнение описывает колебания атомного осциллятора под действием поля световой волны. Оно учитывает нелинейность осциллятора, которая становится существенной, если амплитуда колебаний достаточно велика, поэтому его называют **ангармоническим осциллятором**.

$$\ddot{x} + \Gamma \dot{x} + \omega_0^2 x + \gamma x^2 = \frac{e}{m} E$$

где  $\omega_0 = \sqrt{\alpha/m}$  - собственная частота колебаний осциллятора,  $\gamma = \beta/m$  — параметр нелинейности. Затухание электронных колебаний учтен добавлением в левую часть уравнения слагаемого  $\Gamma \dot{x}$

Ангармонизм элементарного осциллятора приводит к появлению **нелинейной поляризованности среды**

Точное решение этого уравнения невозможно. Воспользуемся методом возмущений:

$$x = x_l + x_{nl} \quad x_{nl} \ll x_l$$

$$\ddot{x}_l + \Gamma \dot{x}_l + \omega_0^2 x_l = \frac{e}{m} E$$

В случае плоских монохроматических волн решение уравнения имеет вид:

$$x_l = \frac{1}{2} \alpha(\omega) A \exp[i(\omega t - kz)] + \text{к.с.}$$

$$P_1 = N e x_l = \frac{1}{2} N e \alpha(\omega) A$$

$P_1$  – линейная поляризованность на частоте  $\omega$ .

$$\alpha(\omega) = \frac{e}{m} \frac{1}{\omega_0^2 - \omega^2 + i\omega\Gamma}$$

Общее уравнение имеет вид:

$$\ddot{x}_l + \ddot{x}_{nl} + \Gamma \dot{x}_l + \Gamma \dot{x}_{nl} + \omega_0^2 x_l + \omega_0^2 x_{nl} + \gamma (x_l + x_{nl})^2 = \frac{e}{m} E$$

$$\ddot{x}_{nl} + \Gamma \dot{x}_{nl} + \omega_0^2 x_{nl} = -\gamma x_l^2$$

Таким образом мы произвели линеаризацию исходного нелинейного уравнения по малому параметру  $x_{nl}$ .

Для квадратичной нелинейной поляризованности на частоте  $2\omega$  и нулевой частоте, получаем:

$$P_2 = -\frac{1}{2} \gamma N e \frac{\alpha^2(\omega)}{\omega_0^2 - 4\omega^2 + 2i\omega\Gamma} A^2$$

$$P_0 = -\frac{1}{2} \gamma N e \frac{\alpha^2(\omega)}{\omega_0^2} A^2$$

Поляризованность квадратичной среды содержит три спектральные компоненты:

- компоненту на частоте возбуждающей световой волны (линейная поляризованность),
- компоненту на частоте  $2\omega$
- постоянную составляющую (на нулевой частоте).

Компонента поляризованности на частоте  $2\omega$  ответственна за генерацию **второй оптической гармоники**.

Статическая поляризованность (на нулевой частоте) пропорциональна интенсивности света и называется **оптическим детектированием** или **выпрямлением света**

Квадратичная нелинейная восприимчивость на частоте второй гармоники определяется как коэффициент пропорциональности между комплексной амплитудой поляризованности среды на этой частоте и квадратом комплексной амплитуды поля:

$$\chi^{(2)}(2\omega) = -\frac{1}{2} \gamma N e \frac{\alpha^2(\omega)}{\omega_0^2 - 4\omega^2 + 2i\omega\Gamma} A^2$$

$$\chi^{(2)}(0) = -\frac{1}{2} \gamma N e \frac{\alpha^2(\omega)}{\omega_0^2} A^2$$

Нелинейная восприимчивость среды зависит, во-первых, от **ангармоничности элементарного осциллятора**, характеризуемой параметром  $\gamma$ , а во-вторых, от величины  $\alpha(\omega)$ , которая пропорциональна **линейной поляризуемости атома**. Поэтому нелинейные среды нужно искать, прежде всего, среди сред с большими показателями преломления. Кроме того нелинейная восприимчивость среды возрастает **в резонансных условиях**, когда частота возбуждающей световой волны  $\omega$ , либо частота второй гармоники  $2\omega$  близка к собственной частоте колебаний элементарного осциллятора  $\omega_0$ . Последнее предпочтительнее, так как в первом случае возрастает поглощение возбуждающей волны

# Нелинейно-оптические эффекты

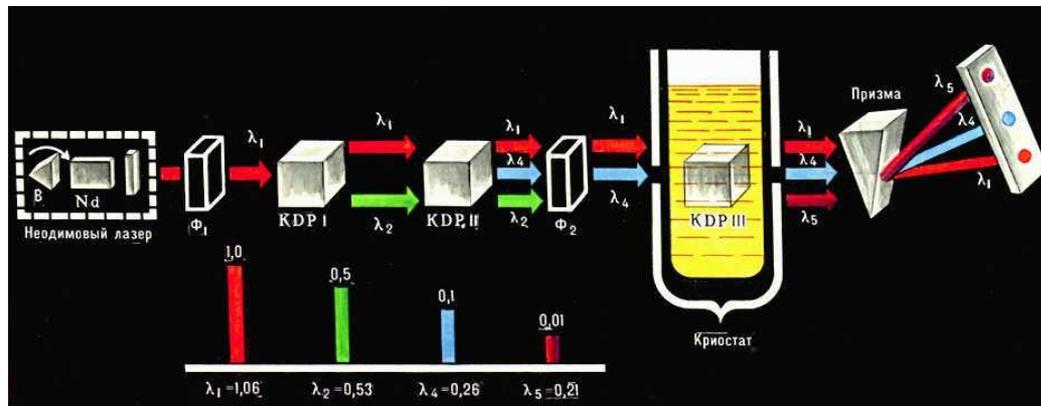
**1. Оптическое детектирование.** В среде под воздействием световой волны возбуждается постоянное (не зависящее от времени) электрическое поле, напряженность которого пропорциональна интенсивности световой волны

$$P_0 = -\frac{1}{2} \gamma N e \frac{\alpha^2(\omega)}{\omega_0^2} A^2$$

Приводит к появлению постоянного электрического поля в среде, которое может быть зарегистрировано и измерено, если нелинейную среду поместить в конденсатор

# Нелинейно-оптические эффекты

**2. Генерация оптических гармоник.** За счет части энергии исходной световой волны с частотой  $\omega$  в среде возбуждаются световые волны с частотами  $2\omega$  (вторая гармоника),  $3\omega$  (третья гармоника) и т. д. Более общим случаем является нелинейно-оптическое сложение и вычитание частот двух или нескольких частот лазерного излучения



# Другие нелинейно-оптические эффекты:

- Параметрическая генерация света
- Самофокусировка света
- Вынужденное рассеяние света
- Просветление среды